Anyagtudomány és Technológia Tanszék

MŰEGYETEM 1782

Mérnöki anyagok alkalmazástechnikája

Többszörös megkötések 1.

Dr. Orbulov Imre Norbert
orbulov@eik.bme.hu
MS Teams: orbulovi@edu.bme.hu

Miről lesz ma szó?

- Kompromisszumkötésről és a kompromisszumkötés technikájáról, olyan esetekben, amikor több, mint egy megkötésnek és legfeljebb két célfüggvénynek kell megfelelni
- Esettanulmányokról
  - Hajtókar nagy teljesítményű motorokhoz
  - Nagy térerősségű elektromágnes tekercselés

Határozza meg a célt korlátozó P tulajdonságot vagy indexet

· terület, korlátok használatával ·

Rangsorolás tulajdonság vagy index használatával

Function

Many constraints, one objective

Many constraints, two objectives

Azonosítsd azokat a Ps-ket, amelyek korlátozzák az egyes célokat

· Területkorlátok használatával

· Építsen kompromisszumos területet P_s ·

Ha szükséges, készítsen és értékeljen büntetésfüggvé

Many constraints, more than two objectives

- Identify Ps that limit each objective
- Screen, using constraints
- Construct multiple trade-off plot for Ps
- If necessary construct an exchange-constant map

Egy cél, több megkötés

Az anyagválasztás sok esetben kompromisszumkötésről szól.

Repülőgép szárnyak esetén a cél a tömeg minimalizálása

- Megkötések: merevség, kifáradási határ, szívósság és geometria

Eldobható kávéspoharak esetén a cél a költség minimum

- Megkötések: merevség, szilárdság, hővezetési tényező (?)

Ezeknél egy célfüggvény van és több megkötés, utóbbiakat sorozatosan érvényesítve a szóba jöhető anyagok száma csökken, utána rangsorolás…

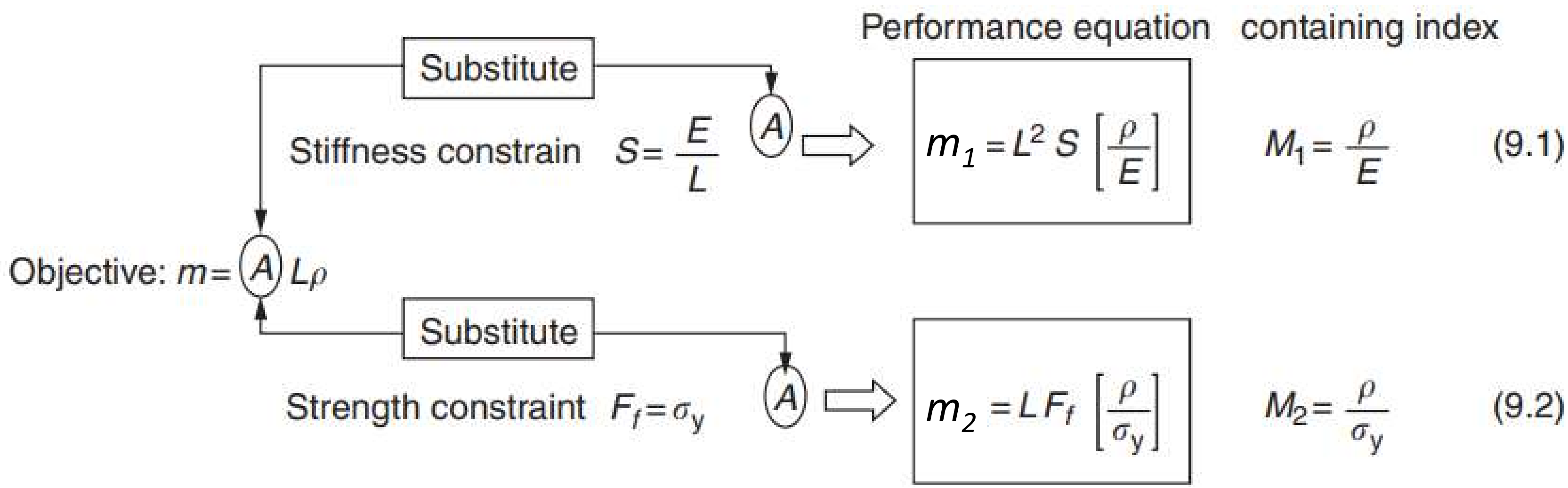
Két cél, több megkötés

Nagyon sokszor ez a helyzet

Egy repülőgépszárnynak könnyűnek **és** olcsónak kell lennie – a legkönnyebb nem biztos, hogy a legolcsóbb

Kompromisszumot kell kötni a tömeg és a költség között

- Példa: minimális tömegű merev nyomott rúd



- „Min – max” probléma: $m' = \min_i(\max(m_1, m_2))$

Analitikus megoldás

Olyan esetben, ha a célfüggvény (jelen esetben a tömeg) a teljesítmény kifejezések folytonos függvénye, számos megoldás létezik

De a teljesítmény függvényben anyagjellemzők is szerepelnek, amik minden anyagnál más és más értéket vesznek fel, így a függvény nem folytonos, hanem diszkrét

Egy lehetőség, hogy m_1-et és m_2-t is kiszámítjuk minden anyagra (minden mást (L, S, F_f) fixálva) és keressük a minimumát az egyes anyagok maximumainak (mert egy anyagon belül a nagyobb tömeg teljesíti mindkét feltételt)

Ha a merevség a fontos m_1 dominál, ha a szilárdság, akkor m_2 a tömeg, ezek maximumai közül keressük a legkisebbet

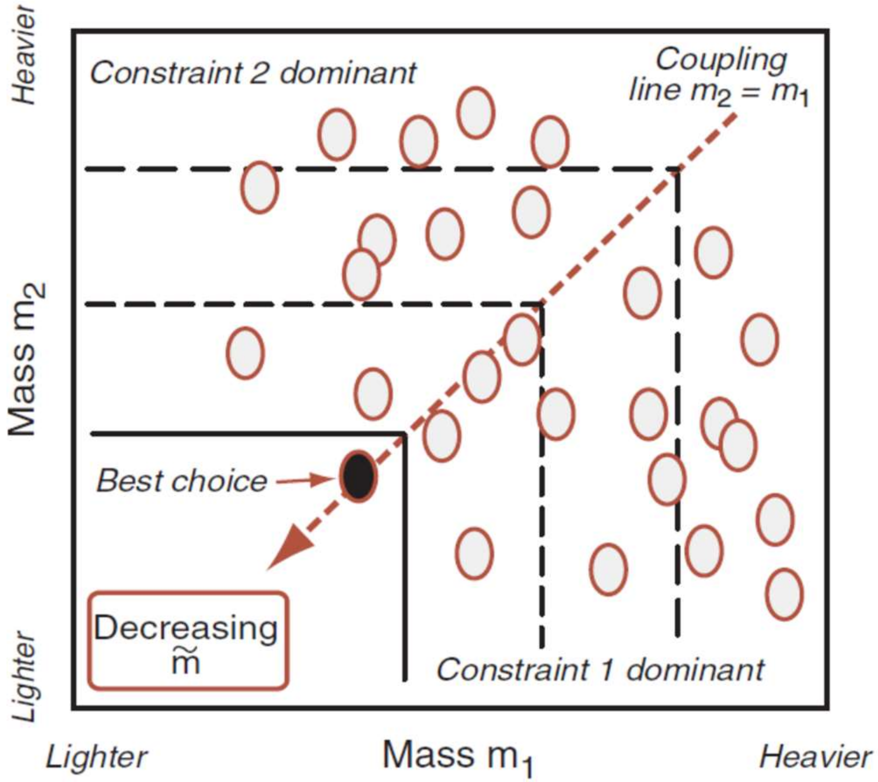
Példa

Material	ρ (kg/m^3)	E (GPa)	σ_y (MPa)	m_1 (kg)	m_2 (kg)	$\tilde{m}$ (kg)
1020 Steel	7850	205	320	1.15	2.45	2.45
6061 Al	2700	70	120	1.16	2.25	2.25
Ti-6-4	4400	115	950	1.15	0.46	**1.15**

- A legjobb megoldás a Ti-6-4 (megfelel a Ti-6Al-4V anyagminőségnek)
- Sok anyagféleség esetén ez meglehetősen körülményes, bár könnyen programozható…
- Másik lehetőség a grafikus megoldás

Ebben az esetben m_1-et és m_2-t ábrázoljuk a tengelyeken

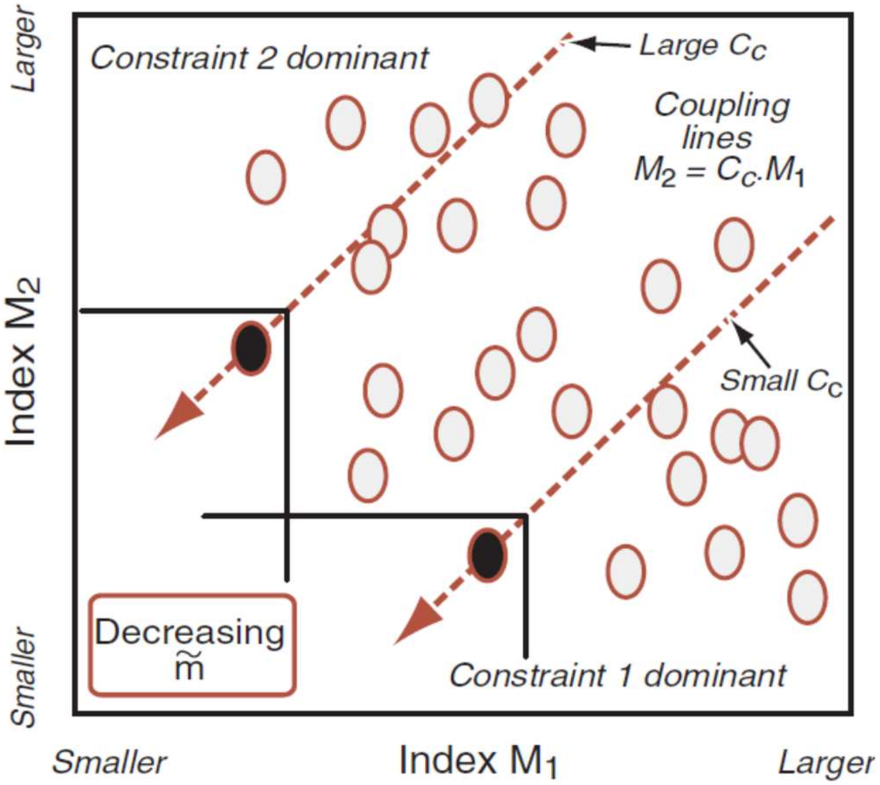
- Az egyes anyagok buborékok formájában jelennek meg, de függ S, L és F_f értékétől



- m_1=m_2 két részre oszt
- m_1>m_2 esetén m_1-et minimalizáljuk
- m_2>m_1 esetén m_2-t minimalizáljuk
- Szűkülő doboz → bal alsó sarok felé

Általánosabb, ha nem a tömegeket, hanem az anyag-indexeket (mindig minimalizálandó!) ábrázoljuk

- Független S, L és F_f értékétől



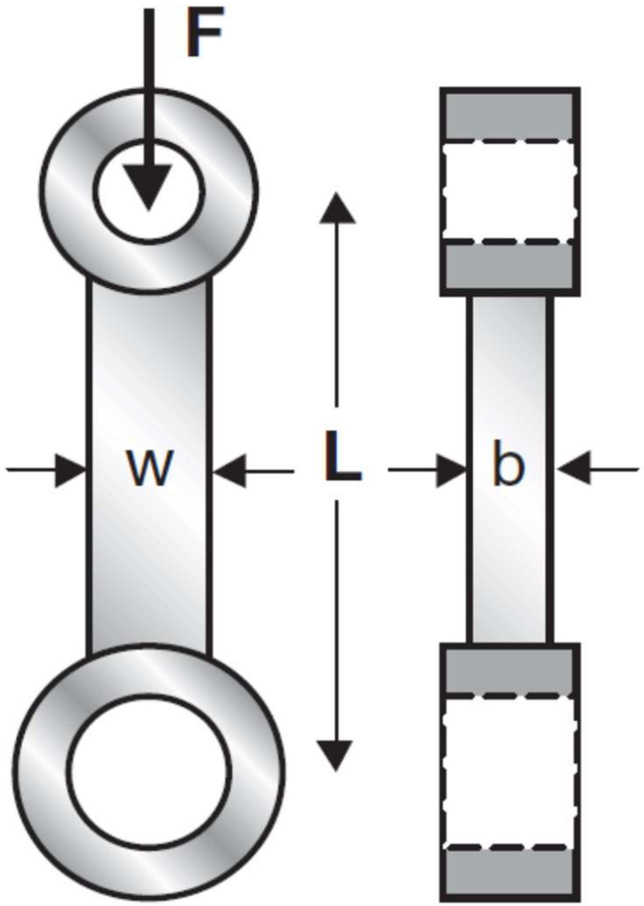
- $m_1=m_2$ → $M_2 = \left(\frac{LS}{F_f}\right) M_1$

$$\mathrm{Log}(M_2) = \mathrm{Log}(M_1) + \log\left(\frac{LS}{F_f}\right)$$

- 1-es meredekségű vonal, melynek pozíciója a kapcsolási tényezőtől (C_c) függ (=SL/F_f)
- Ez pozícionálja a dobozt is

Hajtókar nagy teljesítményű motorokhoz

- A hajtókar motorok, kompresszorok, szivattyúk kritikus alkatrésze
- A tömegerők és a csapágyterhelés miatt könnyűnek kell lennie
  - Könnyű, erős anyag kell majdnem teljesen kiterhelve
- Költséghatékonyság miatt minél olcsóbbnak kell lennie
  - Kisebb teljesítmény esetén gyakran öntöttvasból készülnek
- Mi az optimális megoldás, ha a teljesítményt kell maximálni?



Funkció

- Egyenes vonalú és forgó mozgás átalakítása

Megkötések

- Nem fáradhat ki
- Nem hajolhat ki
- A hossz (L) előírt

Célfüggvény

- Minimális tömeg

Szabad változó

- Keresztmetszet (A=bw)
- Anyag

$$\frac{F}{A} \le \sigma_e \rightarrow m_1 = \beta F L \left(\frac{\rho}{\sigma_e}\right)$$

$$M_1 = \rho/\sigma_e$$

$$F \le \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$I = b^3 w/12$$

$$b = \alpha w$$

$$m_2 = \beta \left(\frac{12F}{\alpha \pi^2}\right)^{1/2} L^2 \left(\frac{\rho}{E^{1/2}}\right)$$

$$M_2 = \rho/E^{1/2}$$

$m = \beta A L \rho$, ahol β a csapágyazási „fejet figyelembe vevő állandó

- L=200 mm, F=50 kN, α=0,8, β=1,5
- Előválogatás után

Material	ρ (kg/m^3)	E (GPa)	σ_e (MPa)	m_1 (kg)	m_2 (kg)	$\widetilde{m} = max\ (m_1, m_2)$ (kg)
Nodular cast iron	7150	178	250	0.43	0.22	0.43
HSLA steel 4140 (o.q. T-315)	7850	210	590	0.20	0.28	0.28
Al S355.0 casting alloy	2700	70	95	0.39	0.14	0.39
Duralcan Al–SiC(p) composite	2880	110	230	0.18	0.12	0.18
Titanium 6Al 4V	4400	115	530	0.12	0.17	0.17

- Adott anyagon belül mindig a nagyobb m kell, de anyagok között minimalizálunk
- Ti-6Al-4V a legjobb, másik nagyon közeli megoldás a Duralcan (Al mátrixú SiC részecskeerősítésű kompozit)

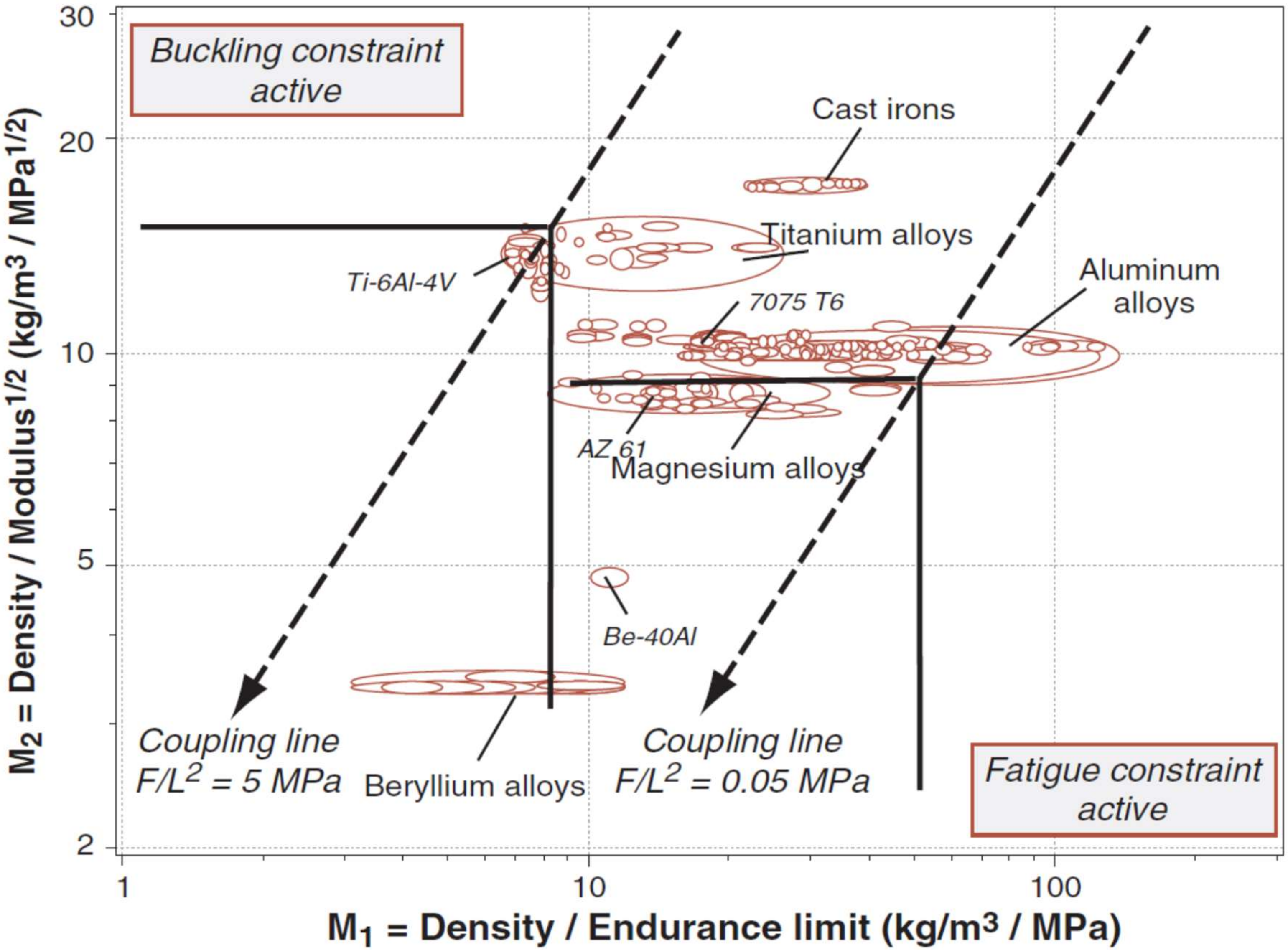
Grafikus módszer

Szabaduljunk meg a kötött F, L, α és β értékektől, vagy legalábbi igyekezzünk általánosabb megoldást adni

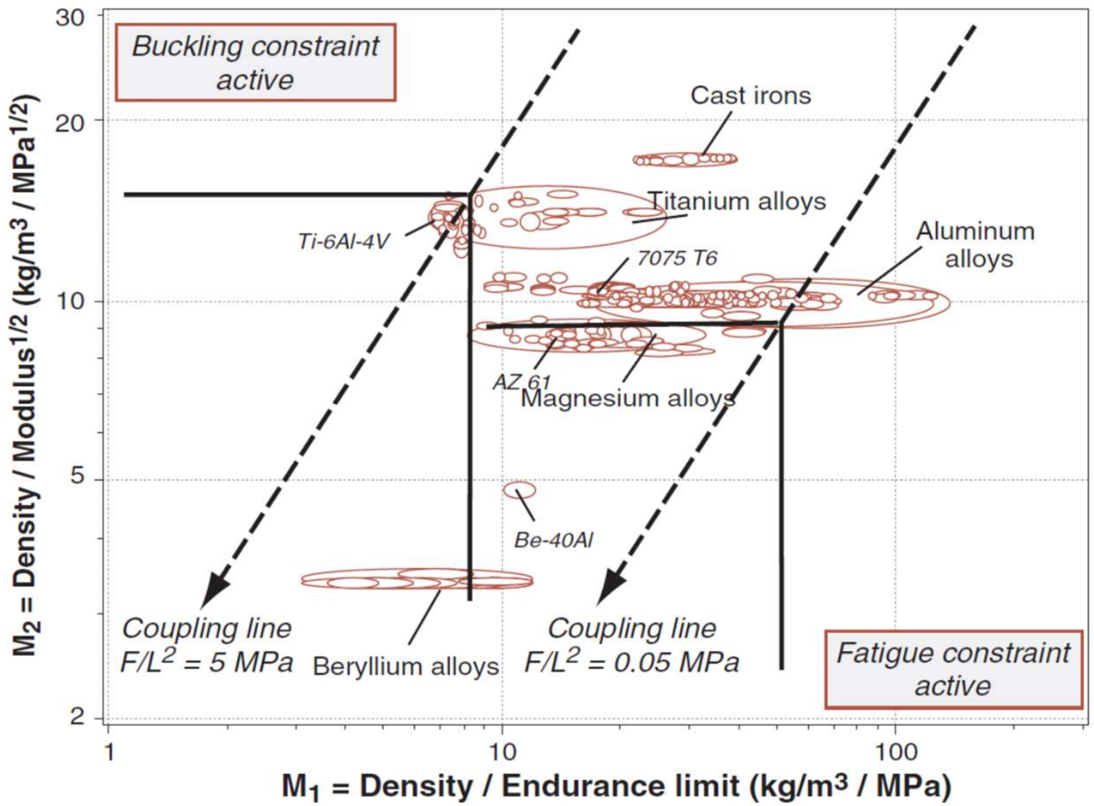
$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \beta F L \left(\frac{\rho}{\sigma_e}\right) \\ m_2 &= \beta \left(\frac{12F}{\alpha\pi^2}\right)^{1/2} L^2 \left(\frac{\rho}{E^{1/2}}\right) \end{aligned}\right] \; m_1 = m_2 \longrightarrow M_2 = \left[\left(\frac{\alpha\pi^2}{12}\cdot\frac{F}{L^2}\right)^{1/2}\right]\cdot M_1$$

M_1 szorzója a kapcsolási tényező

- Tartalmazza az F/L^2 tényezőt, ami egyfajta szerkezeti terhelési tényező
- Nagy F/L^2 esetén (=5 MPa) a kihajlás dominálja a feltételrendszert
- Kis F/L^2 esetén (=0,05 MPa) a fáradás dominálja a feltételrendszert


Buckling constraint active
Cast irons
Titanium alloys
Ti-6Al-4V
Aluminum alloys
7075 T6
AZ 61
Magnesium alloys
Be-40Al
Coupling line
F/L2 = 5 MPa
Beryllium alloys
Coupling line
F/L2 = 0.05 MPa
Fatigue constraint active
M2 = Density / Modulus1/2 (kg/m3 / MPa1/2)
M1 = Density / Endurance limit (kg/m3 / MPa)
30
20
10
5
2
1
10
100

- Magnézium ötvözetek
  - AZ61 és hasonlók mindkét paraméter szempontjából jók
- Titán ötvözetek
  - Nagy F/L^2 esetén a Ti-6Al-4V a legjobb
- Berillium ötvözetek
  - A legjobb, de nehéz feldolgozni és drága



- Alumínium ötvözetek
  - Mg- és Ti ötvözeteknél olcsóbb de rosszabb teljesítmény

Szgk hajtókarok gyártása

Relatív ár Tömeg (gramm)

Eljárás/év	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Öntött	100 540			90 540		
Kovácsolt	120 580	120 550		120 500		
Porkohászati /kovácsolt/	130 515	120 480	100 460		80 440	
Porkohászati /zsugorított/	130 650		100 600		80 580	
Alumínium /porkohászati/	500 300					300 280
Szénszálas kompozit	800 280					400 260

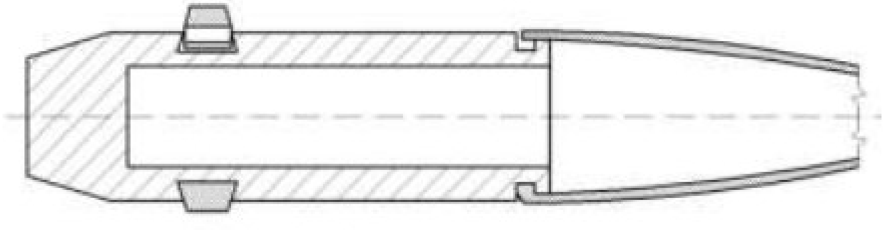
Nagy térerősségű elektromágnes tekercselés

Amit tudni érdemes…

- A fizikusok - a maguk biztosan jól megfontolt indokai miatt… - szeretik látni, mi történik az anyagokkal nagy mágneses (>50 T) térben
- Ekkora térerősséget csak impulzus üzemű elektromágnessel lehet előállítani
  - az állandó mágnesek gyakorlati határa ~1,5 T
  - szupervezetők jelenlegi határa ~25 T
- Mik határolják a teljesítményt
  - a mágneses tér erőssége (a térerősségből származó radiális erő nem vetheti szét a tekercset)
  - az impulzus hossza (túlmelegedést, végső soron olvadást okozhat)

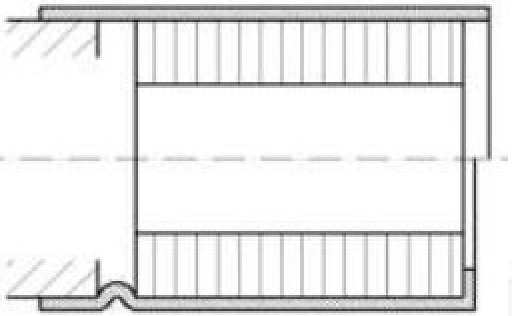
Elektomágneses lemezalakítás

Alakitás előtt



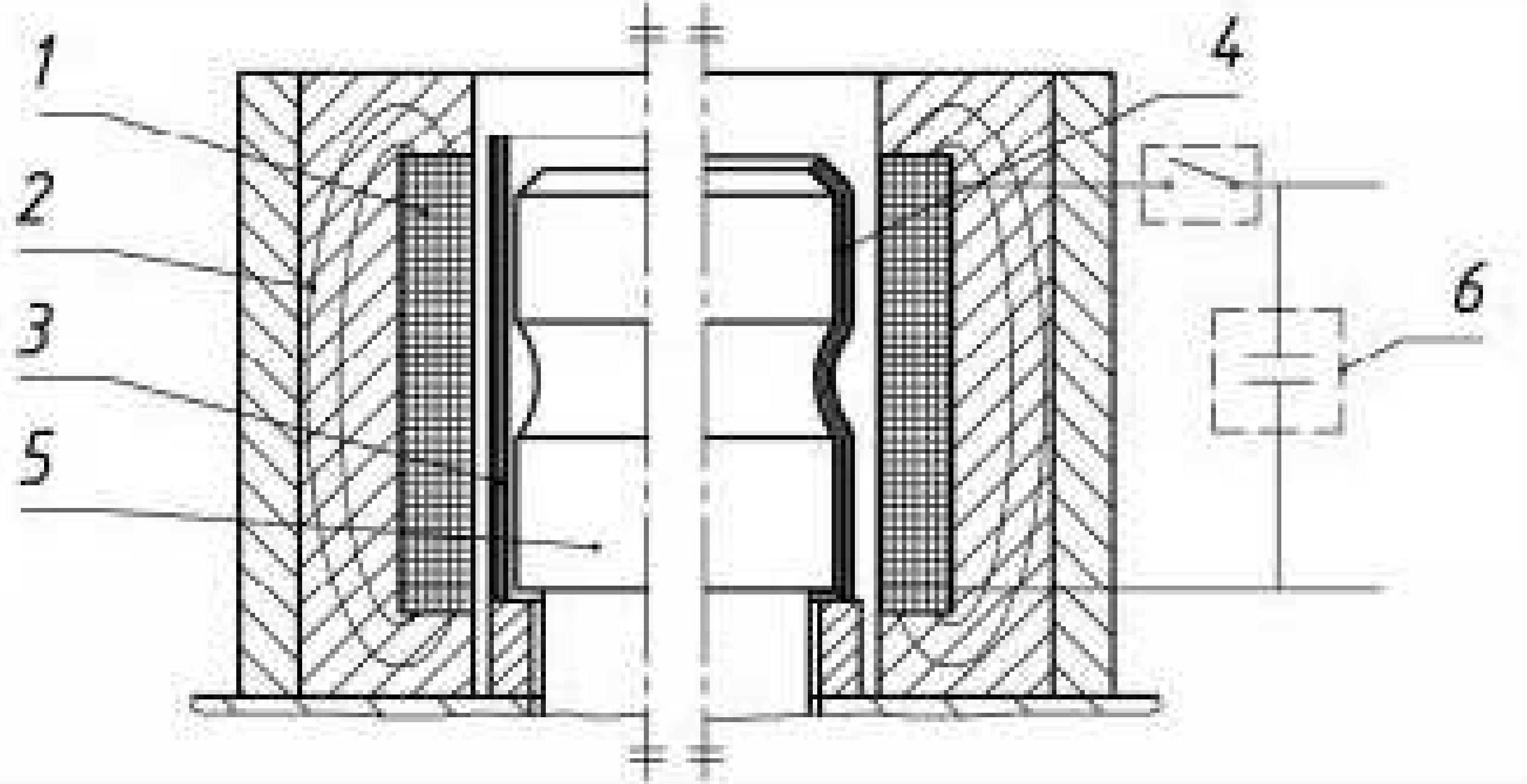
Alakitás után

Alakitás előtt



Alakitás után

Rácz Pál és trs.: Repülésügyi közl.

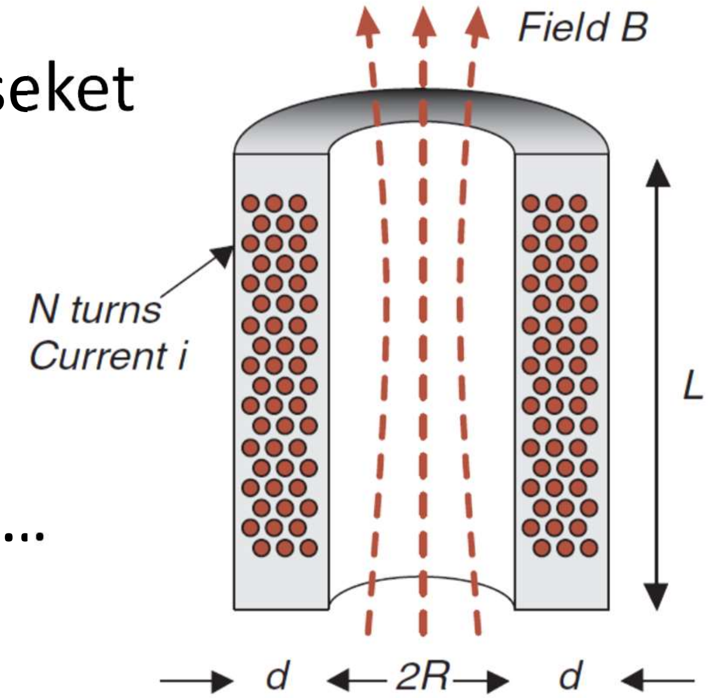


Az impulzus üzemű elektromágneseket

- a térerősség nagysága és
- az impulzus hossza

alapján csoportosítják.

Folyamatos … hosszú … sztenderd …
… rövid … ultrarövid



Classification	Duration	Field strength (T)
Continuous	1 s–∞	<30
Long	100 ms–1 s	30–60
Standard	10–100 ms	40–70
Short	10–1000 μs	70–80
Ultra-short	0.1–10 μs	>100

Funkció

- Elektromágnes tekercs

Megkötések

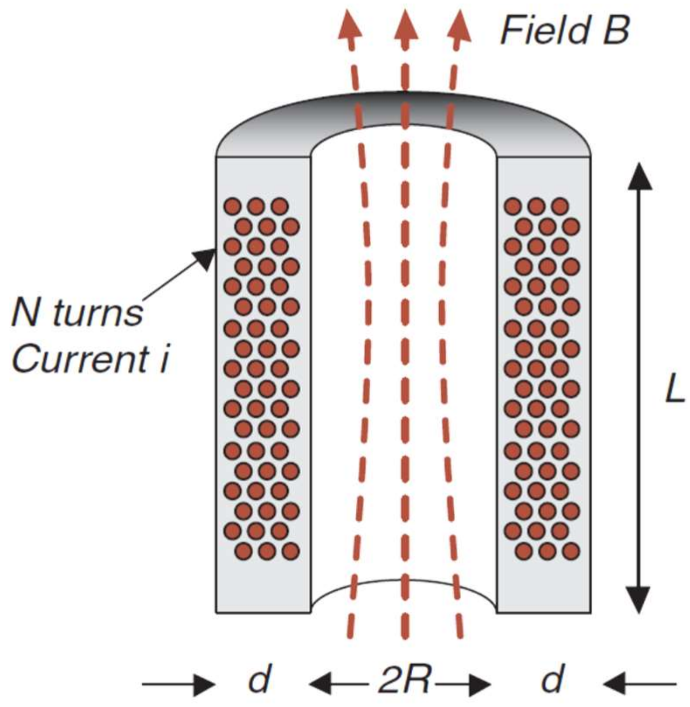
- Nem szenvedhet mechanikai sérülést
- A hőmérsékletnövekedés <100°C
- A sugár előírt (R)
- A hossz előírt (L)

Célfüggvény

- Maximális mágneses tér

Szabad változó

- A tekercselés anyaga



A nagy térerősség nagy erőt és terhelést jelent

→ nagy folyáshatárú anyag kell

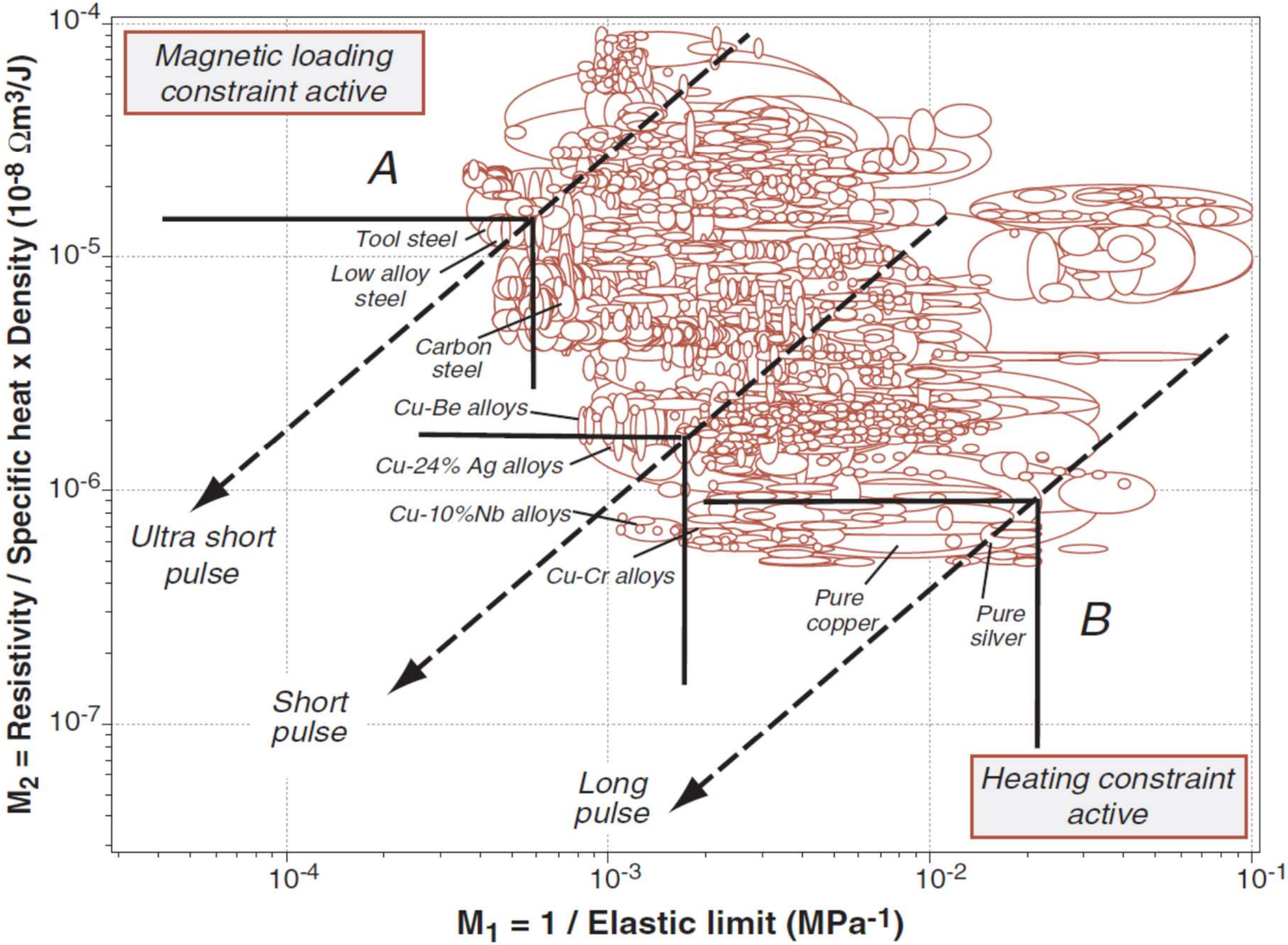
Ha egy V térfogatú, R_e ellenállású, ρ sűrűségű vezetőn t_p ideig i áram folyik át és az anyag fajhője C_p, akkor a hőmérsékletnövekedés

$$\Delta T = \frac{i^2 R_e t_p}{V C_p \rho}$$ → kis $R_e/C_p\,\rho$ → kis $\rho_e/C_p\,\rho$

Tehát olyan anyag kell, aminek

- nagy a folyáshatára, vagy kicsi az $M_1 = 1/\sigma_y$ és
- kicsi az $M_2 = \rho_e/C_p\,\rho$ értéke

Rövid impulzusnál a szilárdság a döntő (A), hosszabb impulzusoknál az ellenállás (B)


Magnetic loading constraint active
A
Tool steel
Low alloy steel
Carbon steel
Cu-Be alloys
Cu-24% Ag alloys
Cu-10%Nb alloys
Cu-Cr alloys
Pure copper
Pure silver
B
Ultra short pulse
Short pulse
Long pulse
Heating constraint active
M_2 = Resistivity / Specific heat x Density (10^{-8} Ωm³/J)
M_1 = 1 / Elastic limit (MPa^{-1})
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}

Mechanikai terhelés – a térerősség egy L hosszú szolenoidban

$$B = \frac{\mu_0 N i}{L} \cdot \lambda_{\mathrm{f}} \cdot F(\alpha, \beta)$$

ahol μ_0 a levegő permeabilitása, N a menetek száma, λ_f a töltési tényező (a vezető és a tekercs keresztmetszetének aránya), F(α,β) geometriai tényező

A mágneses tér miatt ébredő radiális terhelés

$$p = \frac{B^2}{2\mu_0 \cdot F(\alpha, \beta)}$$

Az ebből eredő radiális feszültség (B maximálandó)

$$\sigma = \frac{pR}{d} = \frac{B^2}{2\mu_0 \cdot F(\alpha, \beta)} \cdot \frac{R}{d} < \sigma_y \rightarrow B_1 \leq \left(\frac{2\mu_0 d\sigma_{\mathrm{y}} \cdot F(\alpha, \beta)}{R}\right)^{1/2} \rightarrow M_1 = 1/\sigma_{\mathrm{y}}$$

Kissé részletesebben…

Túlhevülés – a nagyteljesítményű mágneseket folyékony nitrogénben lehűtik -196°C-ra (hogy csökkentsék az ellenállást)

Egy impulzus teljes energiája

$$\int i^2 R_e \, \mathrm{dt} \approx i^2 \overline{R}_e t_p$$

Ahol $\bar{R}_e$ az átlagos ellenállás a hevülés alatt, ezt az energiát nincs idő elvezetni hővezetéssel, ez hőmérséklet emelkedést okoz

$$\Delta T = \frac{i^2 \overline{R}_e t_p}{C_p \rho V} = \frac{B^2}{\mu_0{}^2} \cdot \frac{\rho_e t_p}{d^2 C_p \rho}$$

Ennek adott ΔT alatt kell maradnia (B maximálandó)

$$B_2 \leq \left(\frac{\mu_0{}^2 d^2 C_p \rho \lambda_f \Delta T_{max}}{t_p \rho_e} \right)^{1/2} F(\alpha, \beta) \rightarrow M_2 = \rho_e / C_p \rho$$

- t_p=10 ms, λ_f=0,5, ΔT_{max}=100˘C, $F(\alpha,\beta)$=1, R=0,05 m, d=0,1 m
- Előválogatás után

Material	ρ (Mg/m^3)	σ_y (MPa)	C_p (J/kg.K)	ρ_e ($10^{-8}\Omega.m$)	B_1 (Wb/m^2)	B_2 (Wb/m^2)	$\tilde{B}$ (Wb/m^2)
High-conductivity copper	8.94	250	385	1.7	**35**	113	35
Cu–15% Nb composite	8.90	780	368	2.4	**62**	92	**62**
HSLA steel	7.85	1600	450	25	89	**30**	30

- Adott anyagon belül mindig a kisebb B kell, de anyagok között maximalizálunk
- Cu15Nb a legjobb, a másik két megoldás közel azonosan teljesít

A probléma ugyanaz, mint a hajtókar esetében szabaduljunk meg a kötött paraméterektől

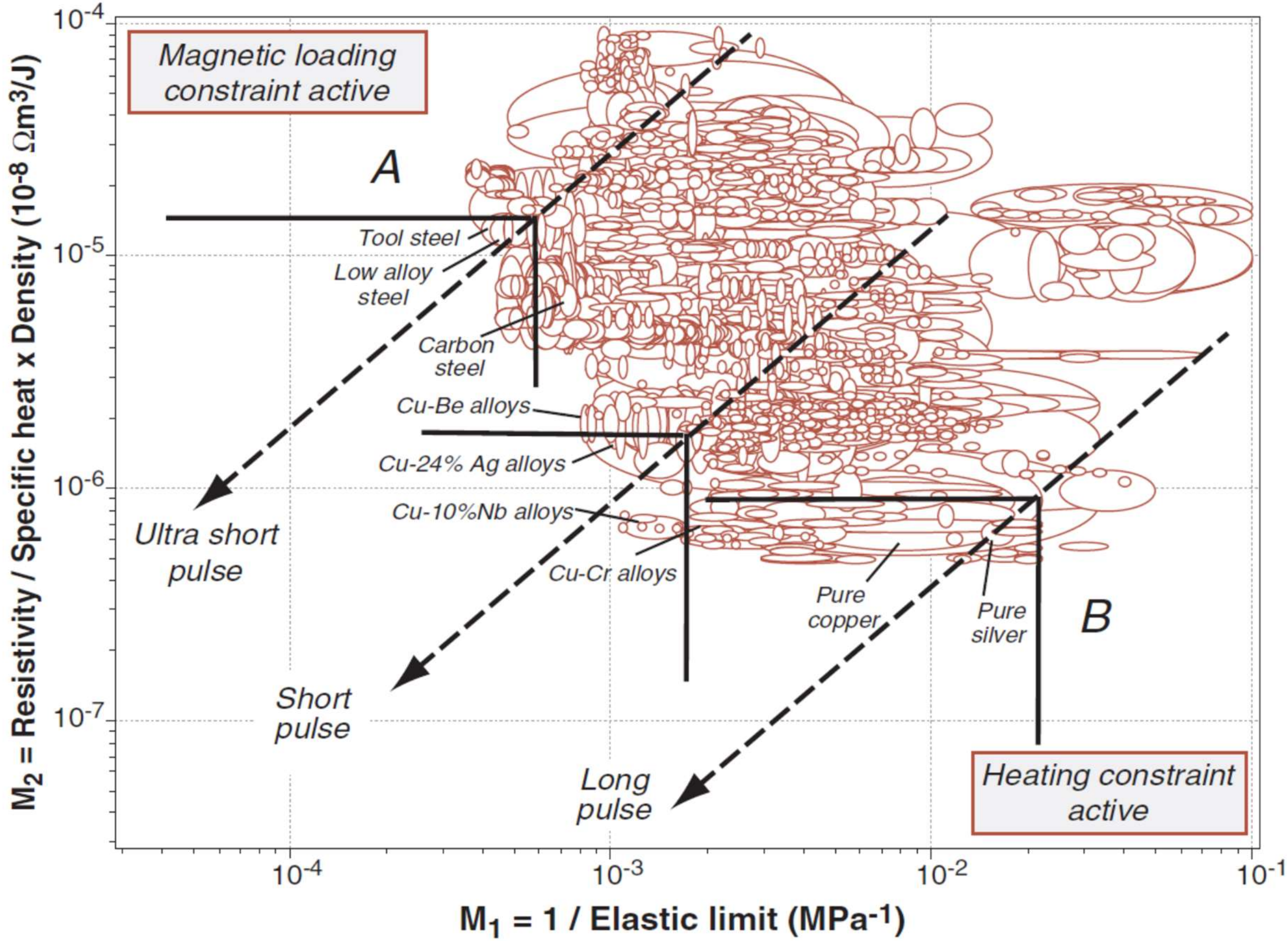
$$B_1 \le \left(\frac{2\mu_0 d\sigma_y \cdot F(\alpha,\beta)}{R}\right)^{1/2}$$

$$B_2 \le \left(\frac{{\mu_0}^2 d^2 C_p \rho \lambda_f \Delta T_{max}}{t_p \rho_e}\right)^{1/2} F(\alpha,\beta)$$

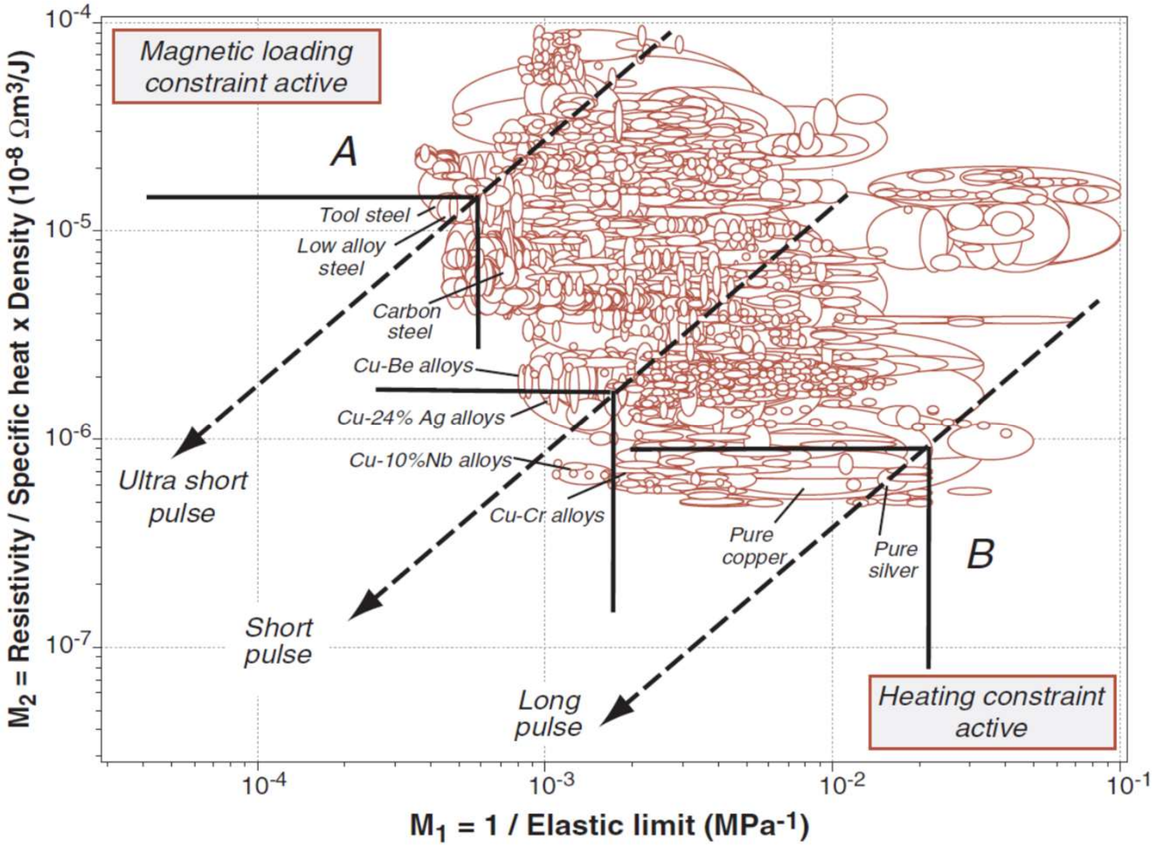
$B_1 = B_2$

$$M_2 = \left[\frac{\mu_0 R d \lambda_f F(\alpha,\beta)\, \Delta T_{max}}{2 t_p}\right] \cdot M_1$$

M_1 szorzója a kapcsolási tényező, ami t_p-től függ


Magnetic loading constraint active
A
Tool steel
Low alloy steel
Carbon steel
Cu-Be alloys
Cu-24% Ag alloys
Cu-10%Nb alloys
Cu-Cr alloys
Ultra short pulse
Short pulse
Long pulse
Pure copper
Pure silver
B
Heating constraint active
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
M_2 = Resistivity / Specific heat x Density (10^{-8} $\Omega m^3/J$)
M_1 = 1 / Elastic limit (MPa^{-1})

- Folytonos / hosszú üzem
  - Tiszta Cu és Ag
  - Hő limitált
- Rövid impulzus
  - $Cu\text{-}Al_2O_3$ kompozit, HC-Cu-Cd / Zr / Cr kompozit, húzott Cu-Nb kompozit
  - Hő és szilárdság limitált



- Ultrarövid impulzus
  - Cu-Be-Co ötvözetek, nagyszilárdságú kis ötvözésű acélok
  - Szilárdság limitált

Dr. Orbulov Imre Norbert – orbulov@eik.bme.hu

Köszönöm a figyelmet!